

Probability and Statistics / 확률과 통계

강의노트 19

t 분포

135. STUDENT-t Distribution

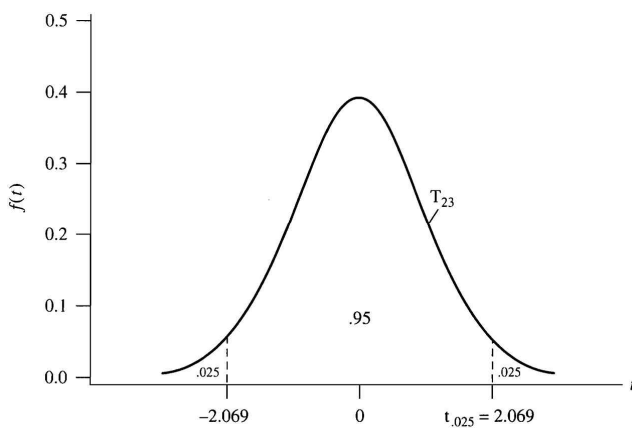
Theorem 8.2.1. Let $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ be a random sample from a normal distribution with mean μ and variance σ^2 . The random variable

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

follows a T distribution with $n - 1$ degrees of freedom.

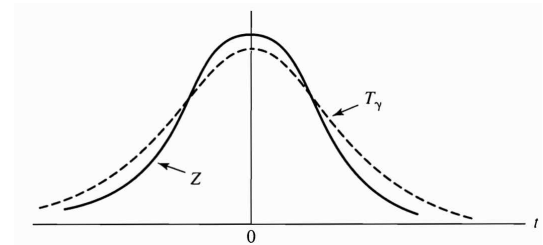
통계량이 큰 표본일 경우 정규분포를 따르지만 작은 표본 ($n=5, 10, 15, \dots$) 일 때는 t분포를 사용해야 한다.

$\gamma =$ 표본의 자유도 $= n-1$



$(1-a) * 100$ % 신뢰구간에 대해서

$\Pr(t \geq t_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2}$ 가 되는 $t_{\frac{\alpha}{2}}$ 를 찾으려 한다.



>> t 분포 그래프는 정규분포 그래프보다 눌린 상태

	1-a	.80	.90	.95	.99
	a	.20	.10	.05	.01
	a/2	.10	.05	.025	.005
자유도	1	3.09	6.31	12.71	63.66
	10	1.37	1.81	2.23	4.14
	30	1.31	1.70	2.04	2.75
	100	1.29	1.66	1.98	2.63
	∞	1.28	1.65	1.96	2.58

신뢰구간의 폭은 t 의 정의에서 유도된다

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{SE(\bar{X})}$$

그래서 $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ 의 신뢰수준에 대해서

$$(1 - \alpha) = P\left[\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} SE(\bar{X}) \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} SE(\bar{X})\right]$$

136. [t분포 예제] C 자동차 회사에서 자동차 평균 수리 비용을 알기 위해 시속 15km 의 속도로 충돌시험을 한다. 비용 때문에 5대만 실험해 보기로 한다. 그때 피해액은 각 150, 400, 720, 500, 930 달러가 나왔다.

표본평균 $\bar{X} = 540$

표본의 표준편차 $s = 299$

$$\sqrt{\frac{1}{4}((150 - 540)^2 + (400 - 540)^2 + (720 - 540)^2 + (500 - 540)^2 + (930 - 540)^2)}$$

95% 의 신뢰도로 평균이 포함되는 범위는?

	1-a	.80	.90	.95	.99
	a	.20	.10	.05	.01
	a/2	.10	.05	.025	.005
자유도	1	3.09	6.31	12.71	63.66
	2	1.87	2.92	4.30	9.92
	3	1.64	2.35	3.18	5.84
	4	1.53	2.13	2.78	4.60
	5	1.48	2.01	2.57	4.03

자유도 = $n - 1 = 4$

값을 대입하면,

$$\begin{aligned} \mu &= \bar{X} \pm 2.78 \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= 540 \pm 2.78 \left(\frac{299}{\sqrt{5}} \right) \\ &= 540 \pm 372 \end{aligned}$$